

Analisis Kerusakan Balok Berdasarkan Perubahan Nilai Frekuensi dan Mode Shapes

Musbar^{1*}, Hanif², Khairul Miswar³

^{1,2,3} Jurusan Teknik Sipil Politeknik Negeri Lhokseumawe
Jln. B. Aceh Medan Km.280 Buketrata 24301 INDONESIA

^{1*}musbaribrahim@pnl.ac.id (penulis korespondensi)

Abstrak— Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis pengaruh tingkat kerusakan terhadap respons dinamis elemen lentur pada struktur balok dengan menggunakan pendekatan metode elemen hingga. Kerusakan pada balok diasumsikan terjadi akibat adanya retak yang mengakibatkan penurunan kekakuan tanpa mempengaruhi massa dan momen inersia struktur. Analisis dilakukan dengan menggunakan model elemen balok Hermitian yang memiliki dua derajat kebebasan pada setiap nodal, yaitu translasi arah vertikal dan rotasi terhadap sumbu horizontal. Kajian ini difokuskan pada perubahan karakteristik dinamis berupa frekuensi alami dan bentuk modus getar (*mode shape*) sebagai parameter utama dalam proses identifikasi kerusakan. Hasil analisis menunjukkan bahwa peningkatan tingkat kerusakan dan jumlah elemen yang rusak menyebabkan penurunan nilai frekuensi alami serta perubahan yang signifikan pada pola modal amplitude. Pada skenario kerusakan DC2, perbedaan antara kondisi tidak rusak (*undamaged*) dan rusak (*damaged*) menunjukkan deviasi paling besar dibandingkan skenario lainnya. Selain itu, hubungan antara rasio tinggi retak terhadap tinggi balok (*s*) dan taraf kerusakan menunjukkan korelasi langsung, di mana peningkatan nilai *s* dari 0,15 menjadi 0,30 menyebabkan kenaikan taraf kerusakan dari 0,17 menjadi 0,50. Secara keseluruhan, penelitian ini membuktikan bahwa pendekatan berbasis dinamika struktur melalui *Vibration-Based Damage Detection* (VBDD) mampu mendeteksi degradasi kekakuan secara efektif dan non-destruktif. Hasil ini diharapkan dapat mendukung pengembangan sistem *Structural Health Monitoring* (SHM) untuk meningkatkan keandalan dan keamanan infrastruktur sipil.

Kata kunci— balok lentur, kerusakan struktur, frekuensi alami, mode shape, VBDD

Abstract— This study aims to analyze the influence of damage levels on the dynamic response of flexural elements in beam structures using the Finite Element Method (FEM). Structural damage in the beam is assumed to occur due to cracking, which leads to a reduction in stiffness without affecting the mass or moment of inertia. The analysis employs a Hermitian beam element model with two degrees of freedom at each node, representing vertical translation and rotation about the horizontal axis. The investigation focuses on variations in dynamic characteristics, including natural frequencies and mode shapes, as primary parameters for structural damage identification. The results reveal that increasing the degree and extent of damage leads to a significant reduction in natural frequencies and notable alterations in modal amplitude patterns. Among all scenarios, the DC2 damage case exhibited the most pronounced deviation between undamaged and damaged conditions. Furthermore, the relationship between the crack height ratio (*s*) and the degree of damage demonstrated a direct correlation, where an increase in *s* from 0.15 to 0.30 resulted in a rise in the damage index from 0.17 to 0.50. Overall, the findings confirm that the Vibration-Based Damage Detection (VBDD) approach provides an effective and non-destructive means of identifying stiffness degradation in beam elements. The outcomes of this study are expected to contribute to the development of Structural Health Monitoring (SHM) systems for enhancing the reliability and safety of civil infrastructure.

Keywords— flexural beam, structural damage, natural frequency, mode shape, VBDD

I. PENDAHULUAN

Penilaian cepat terhadap kondisi infrastruktur sipil pascabencana besar seperti gempa bumi, kebakaran, maupun banjir merupakan langkah yang sangat krusial dan mendesak dilakukan oleh instansi pemerintah yang berwenang. Kegiatan ini berfungsi untuk menilai tingkat kerusakan, keamanan struktural, serta menentukan prioritas penanganan dan rehabilitasi pascabencana. Dalam konteks tersebut, banyak komponen infrastruktur saat ini menunjukkan tanda-tanda degradasi akibat faktor usia, penurunan mutu material, kesalahan penggunaan, serta kurangnya kegiatan pemeliharaan dan perbaikan berkala. Selain itu, sebagian besar struktur yang masih digunakan tidak sepenuhnya dirancang berdasarkan ketentuan peraturan perencanaan terbaru, sehingga kinerjanya tidak lagi sesuai dengan tuntutan dan kondisi aktual.

Kerusakan struktur dapat diartikan sebagai suatu bentuk degradasi atau perlemahan yang menyebabkan penurunan kemampuan elemen struktur dalam menahan beban serta menjaga kestabilan sistem secara keseluruhan. Secara teknis, kerusakan didefinisikan sebagai penyimpangan terhadap bentuk geometrik atau sifat material asli yang mengakibatkan timbulnya tegangan tak diinginkan, perpindahan berlebih, atau peningkatan getaran dinamis. Fenomena ini dapat terjadi akibat retakan pada elemen struktural, lepasnya baut sambungan, kerusakan pada sambungan las, korosi, serta kelelahan material (*fatigue*) akibat beban berulang.

Berbagai teknik *nondestructive damage detection* (NDD) telah dikembangkan untuk mendeteksi kerusakan tanpa merusak elemen struktur. Metode-metode tersebut meliputi inspeksi visual, teknik ultrasonik, akustik emisi, medan magnet, radiografi, serta metode non-destruktif lainnya. Meskipun demikian, sebagian besar teknik eksperimental tersebut memiliki keterbatasan, antara lain karena memerlukan perkiraan awal lokasi kerusakan dan akses langsung terhadap area yang diuji. Akibatnya, metode ini umumnya hanya efektif untuk mendeteksi kerusakan yang terjadi pada atau di dekat permukaan elemen struktural.

Untuk mengatasi keterbatasan tersebut, penelitian ini mengusulkan penggunaan metode pendeteksian kerusakan secara global, yang mampu mengidentifikasi perubahan kondisi struktur tanpa memerlukan akses langsung terhadap seluruh bagian sistem. Pendekatan ini didasarkan pada prinsip bahwa karakteristik dinamis struktur—meliputi frekuensi alami, bentuk modus getar (*mode shapes*), dan rasio redaman—merupakan fungsi dari sifat fisik struktur seperti kekakuan, massa, dan redaman. Dengan demikian, perubahan kekakuan atau fleksibilitas akibat kerusakan akan mengakibatkan perubahan pada parameter-parameter dinamis tersebut.

Identifikasi kerusakan berbasis karakteristik dinamis menawarkan pendekatan yang efisien dan ekonomis dalam pemantauan kondisi struktur berskala besar. Metode ini memungkinkan evaluasi integritas struktural secara menyeluruh tanpa memerlukan pembongkaran atau pengujian

langsung terhadap setiap komponen. Oleh karena itu, penelitian ini berfokus pada pengembangan dan penerapan metodologi pendeteksian kerusakan global sebagai upaya meningkatkan efektivitas sistem SHM dalam menjaga keandalan, keamanan, dan umur layan infrastruktur sipil.

Metode ini pertama kali diperkenalkan oleh Pandey et al [1] dan dikembangkan oleh peneliti – peneliti berikutnya. Penelitian erkini berdasarkan *metode deflection based damage identification* terus mengalami perkembangan. Penelitian dengan melakukan analisis pada kerusakan elemen struktur dengan menggunakan *modal flexibility* (MF) berdasarkan deflection diantaranya [2], [3], [4], [5] Penelitian terhadap pemeriksaan kesehatan struktur secara umum menggunakan pendekatan numerik dan ekseperimental. Penelitian numerik dan eksperimental keduanya menggunakan data modal analisis sebagai data dasar untuk pengembangan kajianu penelitian [6], [7], [8], [9], [10], [11], [12] Beberapa penelitian yang menggabungkan antara analisis numerik dengan eksperimental dengan menggunakan data modal analisis, komparasi kedua nya untuk melihat efektifitas metode yang digunakan sehingga memberikan gambaran terhadap pengembangan penelitian selanjutnya [13], [14], [15], [16].

II. METODOLOGI PENELITIAN

1. Matrik Kekakuan Elemen Balok yang Mengalami Retak

Menurut prinsip dari Saint-Venant, bidang tekanan yang dipengaruhi hanya di daerah yang berdekatan dengan daerah retak. Sangat sulit untuk menemukan suatu bentuk fungsi yang sesuai kira-kira untuk menyatakan energi kinetik dan energi potensial elastis, dikarenakan deformasi yang terputus pada elemen yang mengalami retak. Kalkulasi dari energi tekanan tambahan dari sebuah retak, bagaimanapun, telah dipelajari secara mendalam di dalam mekanika retak dan koefisien fleksibilitas dinyatakan oleh suatu faktor intensitas tekanan yang dapat dengan mudah diperoleh berdasarkan teorema Castigliano's di dalam cakupan bahasan linear-elastis. Sebagai suatu contoh, suatu balok dapat dibagi menjadi beberapa elemen sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 1 dan perilaku dari elemen-elemen yang diposisikan di sebelah kanan dari elemen retak yang mungkin dapat diaplikasikan sebagai gaya-luar elemen retak, sedangkan perilaku dari unsur-unsur yang diposisikan dibagian kiri nya adalah tumpuan jepit. Jadi, matriks fleksibilitas dari suatu elemen retak dengan tumpuan jepit kemungkinan dapat dihitung. Berdasarkan syarat keseimbangan, matriks kekakuan elemen retak pada kondisi bebas dapat dengan mudah diperoleh. Dengan mengabaikan gaya geser, energi regangan pada elemen tanpa retak dihitung dengan persamaan berikut:

$$W^{(0)} = (M^2L + MPL^2 + P^2L^3/3)/2EI \quad (1)$$

Energi regangan tambahan pada elemen retak ditulis sebagai berikut

$$W^{(1)} = b \int_0^a [(K_I^2 + K_{II}^2)/E' + (1 + \nu)K_{III}^2/E] da \quad (2)$$

Dimana :

E = Modulus elastisitas

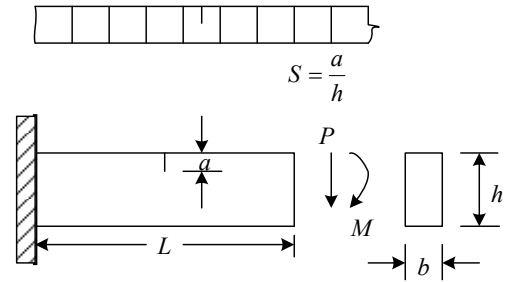
E' = E untuk *plane stress*

E' = $\frac{E}{1-\nu^2}$ untuk *plane strain*

ν = poisson ratio

a = Kedalaman retak

K_I, K_{II}, K_{III} = Faktor intensitas tegangan untuk retak tipe terbuka, tipe sorong (*sliding*) dan tipe robek (*tearing*)



Gambar 1. Diagram balok

Jika gaya aksial diabaikan dan hanya gaya momen yang diperhitungkan, maka persamaan (2) dapat ditulis menjadi:

$$W^{(1)} = b \int_0^a \{[(K_{IM} + K_{IP})^2 + K_{IIP}^2]/E\} da \quad (3)$$

Dimana:

$$K_{IM} = (6M/bh^2)\sqrt{\pi a}F_I(s)$$

$$K_{IP} = (3PL/bh^2)\sqrt{\pi a}F_I(s)$$

$$K_{IIP} = (6M/bh^2)\sqrt{\pi a}F_{II}(s) \quad (4,5,6)$$

$$F_I(s) = \sqrt{(2/\pi s)tg(\pi s/2) \frac{0,923+0,199[1-\sin(\pi s/2)]^4}{\cos(\pi s/2)}} \quad (7)$$

$$F_{II}(s) = (3s - 2s^2) \frac{1,122-0,561s+0,085s^2+0,18s^3}{\sqrt{1-2s}} \quad (8)$$

Persamaan (8) diperoleh dari prinsip superposisi sebagai faktor intensitas tegangan. Perbandingan dengan perhitungan untuk faktor intensitas tegangan yang berbeda menunjukkan bahwa $F_I(s)$ pada persamaan (7) adalah suatu perkiraan yang tepat.

Koefisien fleksibilitas untuk elemen tanpa retak dihitung dengan persamaan berikut:

$$C_{ij}^{(0)} = \frac{\partial^2 W^{(0)}}{\partial P_i \partial P_j}, P_1 = P, P_2 = M, i, j = 1, 2 \quad (9)$$

Koefisien fleksibilitas tambahan adalah:

$$C_{ij}^{(1)} = \frac{\partial^2 W^{(1)}}{\partial P_i \partial P_j}, P_1 = P, P_2 = M, i, j = 1, 2 \quad (10)$$

Matrik koefisien fleksibilitas untuk elemen tanpa retak sebagai berikut:

$$[C^{(0)}] = \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} L^3/3 & L^2/2 \\ L^2/2 & L \end{bmatrix} \quad (11)$$

Begitu juga untuk matrik koefisien fleksibilitas tambahan adalah:

$$[C^{(1)}] = \frac{b\pi a^2}{E'} \begin{bmatrix} 9\beta_1^2 L^2 + \beta_2^2 & 18\beta_1^2 L \\ 18\beta_1^2 L & 36\beta_1^2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Dimana :

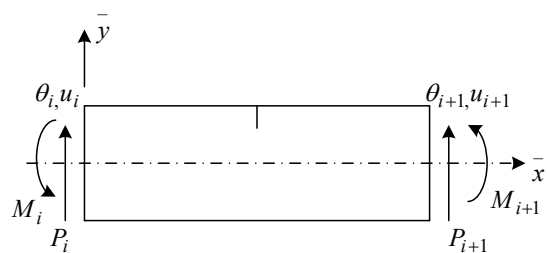
$$\beta_1 = F_I(s)/bh^2 \text{ dan } \beta_2 = F_{II}(s)/bh$$

Koefisien fleksibilitas total adalah:

$$C_{ij} = C_{ij}^{(0)} + C_{ij}^{(1)} \quad (13)$$

Sedangkan matrik koefisien fleksibilitas total adalah:

$$[C] = [C^{(0)}] + [C^{(1)}] \quad (14)$$



Gambar 2. Diagram kondisi kesetimbangan elemen

Berdasarkan syarat kesetimbangan pada Gambar 2, maka diperoleh:

$$\{P_i M_i P_{i+1} M_{i+1}\}^T = [T] \{P_{i+1} M_{i+1}\}^T, \quad (15)$$

Dimana :

$$T = \begin{bmatrix} -1 & -L & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (16)$$

Berdasarkan prinsip kerja virtual, matrik kekakuan elemen retak dapat ditulis sebagai:

$$[K]_c = [T][C]^{-1}[T]^T \quad (17)$$

Sedangkan matrik kekakuan untuk elemen tanpa retak adalah:

$$[K]_u = [T][C^{(0)}]^{-1}[T]^T \quad (18)$$

Matriks kekakuan dan matriks massa untuk elemn tanpa retak ditulis sebagai:

$$[K]_u = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (19)$$

simetris

$$[M]_u = \frac{\bar{m}L}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (20)$$

simetris

2. Analisis Getaran Bebas

Pada bagian ini dianalisis getaran bebas dari suatu balok yang ditumpu secara sederhana pada kondisi awal atau tanpa kerusakan dan dengan kerusakan. Frekuensi dan *mode shapes* yang diperoleh pada perhitungan dengan metode ini digunakan untuk membandingkan dengan metodologi identifikasi kerusakan lainnya. Propertis dari struktur yang dianalisis dan perencanaan kerusakan menggunakan simulasi numerik. Untuk mendapatkan frekuensi natural dan *mode shapes* pada sistem struktur yaitu dengan cara menghitung matrik *eigenvalue*, yang diperoleh berdasarkan analisa dari persamaan gerak untuk getaran bebas tanpa redaman (*free undamped vibration*). Persamaan matrik *eigenvalue* dapat dihitung dengan persamaan berikut :

$$[K - \omega^2 M]\{\psi\} = \{0\} \quad (21)$$

Dimana :

K = Matrik kekakuan struktur

M = Matrik massa struktur

ω = Frekuensi natural

ψ = Vektor *mode shapes*

Solusi non-trivial didapat dengan mencari harga ω yang dianulir dengan harga determinan matrik

$$\text{Det}[K - \omega^2 M]\{\psi\} = \{0\}, |K - \omega^2 M| = 0 \quad (22)$$

Hasil yang didapat pada perhitungan dari persamaan (22) yaitu frekuensi natural disubstitusikan pada persamaan (21) untuk mendapatkan *mode shapes*. Solusi getaran bebas secara normal dinyatakan dengan matrik ukuran nxn sebagai berikut:

$$[A] = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \omega_n^2 \end{bmatrix} \quad (23)$$

Dan

$$[\psi] = [\{\psi_1\}\{\psi_2\}\dots\{\psi_n\}] \quad (24)$$

Dimana :

$[\psi]$ = Matrik modal

Persamaan (23) dan (24) sebagai dasar yang dikenal sebagai model modal, yang menguraikan propertis modal yaitu frekuensi alami dan *mode shapes*. Vektor *mode shape* merupakan propertis yang sangat penting yang dikenal sebagai

propertis orthogonalitas yang dijabarkan pada persamaan berikut ini :

$$\{\psi_i\}^T [M] \{\psi_j\} = 0; \text{ untuki } \neq j \quad (25)$$

$$\{\psi_i\}^T [K] \{\psi_j\} = 0; \text{ untuki } \neq j \quad (26)$$

Bentuk matrik dari persamaan terakhir sebagai :

$$[\psi]^T [M] [\psi] = [m^*] \quad (27)$$

$$[\psi]^T [K] [\psi] = [k^*] \quad (29)$$

dengan $k_j^* = \omega_j^2 m_j^*$

Dimana :

$[m^*]$ =Matrik massa modal

$[k^*]$ =Matrik kekakuan modal

Amplitudo vektor *mode shapes* hanyalah dalam bentuk nilai relatif yang dapat dinormalisasi sesuai dengan prosedur yang tepat. Rencana normalisasi yang paling umum digunakan di dalam analisis modal adalah normalisasi *modes* dengan matriks massa [M] sebagai berikut:

$$\varphi_{ij} = \frac{\psi_{ij}}{\sqrt{\{\psi_i\}^T [M] \{\psi_j\}}} \quad (30)$$

Atau

$$\varphi_{ij} = \frac{\psi_{ij}}{\sqrt{m_j}} \quad (31)$$

φ_{ij} adalah komponen normalisasi ke-i dari vektor modal ke-j. Kondisi orthogonalitas untuk vektor massa modal yang dinormalisasi diberikan dengan persamaan berikut:

$$\{\varphi_i\}^T [M] \{\varphi_j\} = 1; \text{ untuki } \neq j \quad (32)$$

$$\{\varphi_i\}^T [K] \{\varphi_j\} = \omega_j^2; \text{ untuki } \neq j \quad (33)$$

Propertis orthogonalitas dari matrik massa modal normalisasi dapat dinyatakan dengan persamaan berikut:

$$[\Phi]^T [M] [\Phi] = [I] \quad (34)$$

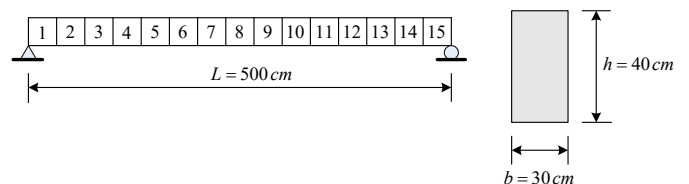
$$[\Phi]^T [K] [\Phi] = [A] \quad (35)$$

Dimana :

[I] = Matrik identitas

3. Penampang struktur balok

Struktur balok yang ditunjukkan pada Gambar 3 dimodelkan dengan membaginya menjadi 15 elemen diskrit. Analisis dilakukan menggunakan pendekatan sistem diskrit berbasis metode elemen hingga (*Finite Element Method*, FEM). Dalam pemodelan ini, digunakan elemen balok Hermitian yang mampu merepresentasikan hubungan kontinu antara perpindahan dan rotasi pada setiap titik sepanjang elemen. Setiap node pada model memiliki dua derajat kebebasan (*degrees of freedom*), yaitu translasi pada arah sumbu-Y dan rotasi terhadap sumbu-X. Namun, dalam analisis yang disajikan pada penelitian ini, perhitungan difokuskan pada komponen translasi saja, dengan mengabaikan pengaruh rotasi untuk menyederhanakan proses analisis dan interpretasi hasil.



Gambar 3. Ukuran dan model *finite element* balok $E_a = 25GPa$, $\rho_a = 2400kg/m^3$

Kerusakan pada elemen balok dalam penelitian ini diasumsikan muncul akibat terbentuknya retak pada elemen dan berkurangnya kekakuan struktural secara lokal. Dalam pemodelan numerik, retak pada elemen balok

direpresentasikan sebagai penurunan kekakuan yang bersifat parsial pada daerah tertentu sepanjang bentang balok. Asumsi ini didasarkan pada kenyataan bahwa pada tahap awal kerusakan, perubahan dominan yang terjadi pada struktur adalah degradasi kekakuan, sedangkan parameter lain seperti massa dan momen inersia relatif tidak mengalami perubahan signifikan. Dengan demikian, dalam analisis ini diambil asumsi bahwa massa dan momen inersia elemen dianggap konstan dan tidak terpengaruh oleh proses degradasi material.

Tabel 1. Skenario kerusakan pada balok

Skenario kerusakan	Elemen yang rusak	Pengurangan kekakuan	a/h
SR1	8	15 %	-
SR2	8	30 %	-
SC1	8	-	0.15
SC2	8	-	0.30
DC1	4 dan 8	-	0.15
DC2	4 dan 8	-	0.30

Berbagai skenario kerusakan diterapkan pada model balok untuk mensimulasikan tingkat dan lokasi kerusakan yang berbeda. Skenario tersebut bertujuan untuk mengevaluasi sensitivitas respon dinamis struktur terhadap variasi kondisi kekakuan, serta menilai efektivitas metode identifikasi kerusakan yang digunakan. Setiap skenario didefinisikan berdasarkan persentase pengurangan kekakuan pada elemen tertentu, yang disajikan secara rinci pada Tabel 1. Penentuan nilai reduksi kekakuan dilakukan secara bertahap untuk merepresentasikan kondisi mulai dari kerusakan ringan hingga berat.

Pada struktur balok beton, kerusakan umumnya ditandai oleh terbentuknya retak akibat beban lentur maupun beban siklik yang melampaui kapasitas tarik beton. Retak ini mengakibatkan redistribusi tegangan internal serta menurunkan kekakuan efektif elemen. Penurunan kekakuan tersebut berimplikasi langsung terhadap perubahan karakteristik dinamis struktur, seperti frekuensi alami, bentuk modus getar (*mode shapes*), dan rasio redaman. Oleh karena itu, model kerusakan yang digunakan dalam penelitian ini merepresentasikan degradasi kekakuan sebagai konsekuensi langsung dari retak yang terjadi pada material beton, dengan mengasumsikan hubungan linier antara tingkat retak dan reduksi kekakuan.

Pendekatan ini memungkinkan analisis dilakukan secara sistematis untuk mengkaji hubungan antara tingkat kerusakan dan respon dinamis struktur. Selain itu, model asuntif ini juga memberikan dasar yang kuat untuk penerapan metode pendeteksian kerusakan berbasis karakteristik dinamis (*vibration-based damage detection*), di mana perubahan parameter modal digunakan sebagai indikator terjadinya degradasi pada elemen struktur. Melalui pendekatan ini, diharapkan diperoleh pemahaman yang lebih komprehensif mengenai pengaruh kerusakan terhadap perilaku dinamis balok beton serta efektivitas metode identifikasi kerusakan global yang diusulkan.

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Taraf Kerusakan Elemen Lentur

Tingkat atau taraf kerusakan pada elemen lentur yang dibahas pada subbab ini mengacu pada kondisi kerusakan yang timbul akibat terbentuknya retak pada struktur balok yang mengalami beban lentur. Retak pada elemen lentur merupakan manifestasi dari ketidakmampuan material beton untuk

menahan tegangan tarik yang melebihi kapasitas batas elastisnya. Fenomena ini umumnya terjadi pada daerah serat bawah balok, di mana tegangan tarik maksimum terakumulasi seiring meningkatnya momen lentur yang bekerja.

Kerusakan akibat retak memiliki karakteristik yang berbeda dibandingkan dengan kerusakan akibat pengurangan kekakuan yang diasumsikan secara langsung dalam model analisis. Walaupun pada akhirnya pembentukan retak juga berkontribusi terhadap penurunan kekakuan efektif elemen, namun proses terjadinya kerusakan akibat retak bersifat progresif dan nonlinier. Artinya, perubahan kekakuan tidak terjadi secara seragam di sepanjang elemen, melainkan bergantung pada distribusi dan kedalaman retak yang terbentuk. Oleh karena itu, pendekatan yang mempertimbangkan retak sebagai sumber utama degradasi kekakuan memberikan gambaran yang lebih realistis terhadap perilaku struktur beton bertulang dalam kondisi pasca-elastis.

Berdasarkan hasil analisis yang dilakukan, diperoleh bahwa tingkat kerusakan pada penampang balok beton sangat dipengaruhi oleh rasio tinggi retak terhadap tinggi total balok (s). Untuk kondisi retak dengan rasio $s = 0,15$, taraf kerusakan diperoleh sebesar 0,17, sedangkan untuk $s = 0,30$, taraf kerusakan meningkat signifikan menjadi 0,50. Hasil ini menunjukkan bahwa peningkatan kedalaman retak relatif terhadap tinggi elemen secara langsung meningkatkan tingkat degradasi kekakuan lentur. Dengan kata lain, semakin besar rasio kedalaman retak, semakin rendah kekakuan efektif balok, yang pada akhirnya berdampak terhadap penurunan kapasitas struktur dalam menahan beban lentur maupun getaran dinamis.

Fenomena ini sejalan dengan temuan berbagai studi sebelumnya, yang menyatakan bahwa hubungan antara kedalaman retak dan penurunan kekakuan bersifat kuadratik hingga eksponensial tergantung pada sifat material dan konfigurasi penulangan. Oleh karena itu, parameter rasio tinggi retak terhadap tinggi balok dapat digunakan sebagai indikator kuantitatif tingkat kerusakan lentur, yang berperan penting dalam analisis kondisi struktur dan kalibrasi model numerik pada metode *Structural Health Monitoring* (SHM) maupun *Finite Element Model Updating* (FEMU)

2. Frekuensi alami

Hasil analisis getaran bebas untuk kedua balok dengan pemodelan kerusakan seperti yang telah dibahas pada bab sebelumnya menggunakan program MATLAB. Hasil yang didapat meliputi frekuensi dan *modal displacement* (*mode shapes*). Frekuensi balok hasil analisis getaran bebas ditampilkan pada Tabel 2 sebagai berikut.

Tabel 2. Frekuensi balok untuk kondisi dengan dan tanpa kerusakan

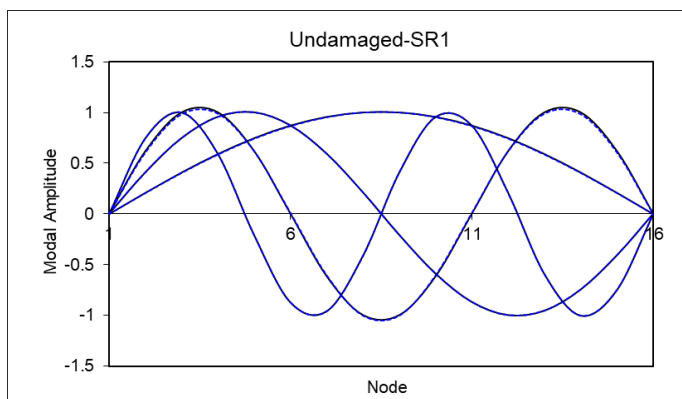
Undamaged	SR1	SR2	SC1	SC2	DC1	DC2
4.70	4.60	4.50	4.60	4.30	4.50	4.20
18.60	18.60	18.60	18.60	18.60	18.30	17.40
41.90	41.40	40.80	41.20	39.40	40.80	37.70
74.50	74.40	74.30	74.50	74.40	74.40	74.10
116.40	115.20	113.70	114.70	110.40	114.30	109.10
167.80	167.50	167.20	167.70	167.30	165.50	159.50
228.70	226.60	224.10	225.60	218.90	223.10	211.20
299.30	298.50	297.50	299.20	297.90	298.50	294.90
379.90	376.80	373.30	375.50	366.60	375.00	364.00
470.80	469.10	466.70	470.50	467.50	466.60	454.60
572.40	568.60	564.30	566.90	556.50	561.70	541.80
685.40	682.10	677.30	684.90	679.00	682.60	669.40
810.10	805.80	801.20	804.00	793.10	803.30	784.70

Untuk keperluan analisis lebih lanjut, penelitian ini hanya mempertimbangkan empat frekuensi alami terendah dari

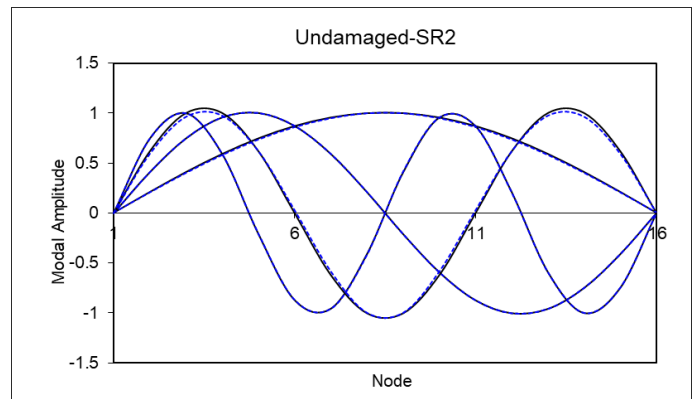
struktur balok yang dianalisis. Pemilihan frekuensi rendah ini didasarkan pada pertimbangan bahwa mode getar dengan urutan rendah umumnya lebih sensitif terhadap perubahan kekakuan struktur akibat kerusakan dibandingkan mode dengan frekuensi tinggi. Oleh karena itu, perubahan pada frekuensi alami rendah dapat dijadikan indikator utama dalam mendeteksi dan mengevaluasi tingkat kerusakan pada struktur.

Berdasarkan data yang ditampilkan pada Tabel 2, dapat diamati bahwa peningkatan tingkat kerusakan pada balok secara konsisten menyebabkan penurunan nilai frekuensi alami. Fenomena ini menunjukkan bahwa penurunan kekakuan akibat kerusakan memberikan pengaruh langsung terhadap karakteristik dinamis struktur. Pada mode pertama, penurunan nilai frekuensi berkisar antara 2,127% hingga 10,638% dibandingkan dengan kondisi awal tanpa kerusakan (*undamaged condition*). Pada mode kedua, penurunan terjadi dalam kisaran 1,612% hingga 6,451%, sedangkan pada mode ketiga sebesar 1,193% hingga 10,024%, dan mode keempat menunjukkan penurunan relatif kecil, yaitu antara 0,134% hingga 0,537%.

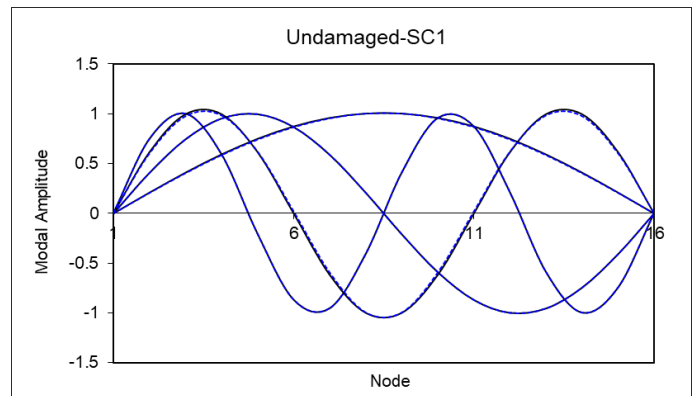
Hasil tersebut memperlihatkan bahwa pengaruh kerusakan terhadap frekuensi alami lebih signifikan pada mode getar dengan urutan rendah, terutama pada mode pertama dan ketiga. Hal ini disebabkan oleh fakta bahwa mode-mode rendah umumnya merepresentasikan deformasi global dari struktur, sehingga sangat dipengaruhi oleh perubahan kekakuan elemen secara keseluruhan. Sebaliknya, mode-mode tinggi lebih dipengaruhi oleh respons lokal dan memiliki sensitivitas yang lebih rendah terhadap kerusakan global. Dengan demikian, analisis perubahan frekuensi alami—khususnya pada frekuensi-frekuensi rendah—dapat dijadikan dasar yang kuat untuk proses identifikasi dan evaluasi kerusakan struktur berbasis karakteristik dinamis (*vibration-based damage identification*). Hasil ini juga memperkuat asumsi bahwa penurunan frekuensi alami dapat digunakan sebagai indikator awal dalam mendeteksi degradasi kekakuan pada elemen balok.



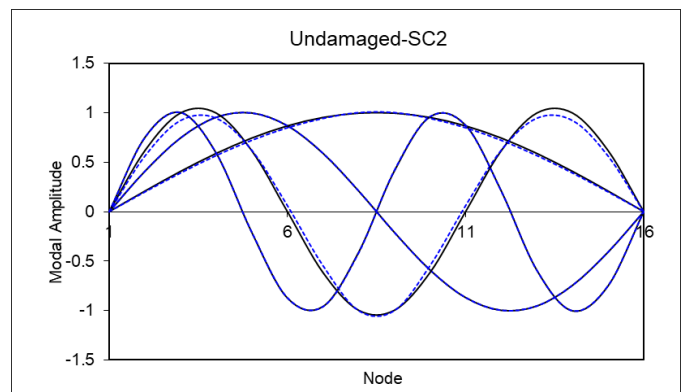
Gambar 4. Modal amplitude balok untuk kasus kerusakan SR1



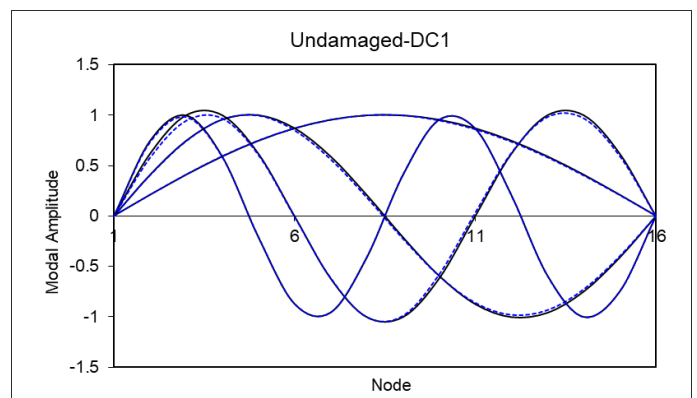
Gambar 5. Modal amplitude balok untuk kasus kerusakan SR2



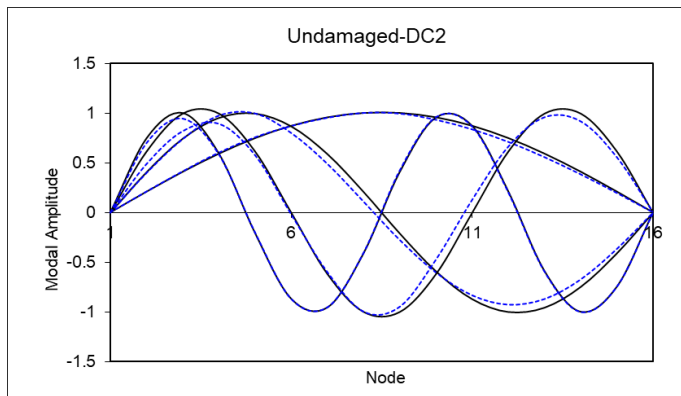
Gambar 6. Modal amplitude balok untuk kasus kerusakan SC1



Gambar 7. Modal amplitude balok untuk kasus kerusakan SC2



Gambar 8. Modal amplitude balok untuk kasus kerusakan DC1



Gambar 9. Modal amplitude balok untuk kasus kerusakan DC2

Berdasarkan hasil analisis yang ditunjukkan pada Gambar 4 hingga Gambar 9, dapat disimpulkan bahwa peningkatan tingkat kerusakan serta jumlah elemen yang mengalami degradasi pada struktur balok secara langsung mempengaruhi perubahan nilai modal amplitude. Secara umum, semakin besar tingkat kerusakan dan semakin luas distribusi elemen yang terdampak, maka semakin besar pula perbedaan nilai modal amplitude yang teramati antara kondisi tanpa kerusakan (*undamaged*) dan kondisi rusak (*damaged*). Perbandingan antara beberapa skenario kerusakan—seperti SR1 terhadap SR2, SC1 terhadap SC2, serta DC1 terhadap DC2—menunjukkan bahwa seiring bertambahnya jumlah dan tingkat kerusakan pada elemen balok, terjadi peningkatan deviasi pada nilai modal amplitude. Fenomena ini mengindikasikan bahwa karakteristik dinamis struktur, khususnya respons getar terhadap mode-mode alami tertentu, sangat sensitif terhadap perubahan kekakuan akibat kerusakan. Dengan demikian, perubahan pola dan besaran modal amplitude dapat dijadikan indikator penting dalam proses identifikasi dan kuantifikasi kerusakan pada elemen lentur.

Secara khusus, hasil analisis pada kasus DC2 memperlihatkan perbedaan nilai modal amplitude yang paling signifikan antara kondisi *undamaged* dan *damaged*, dibandingkan dengan skenario kerusakan lainnya. Hal ini menunjukkan bahwa distribusi kerusakan yang lebih luas dan tingkat penurunan kekakuan yang lebih besar menyebabkan perubahan karakteristik getar yang lebih nyata. Temuan ini sejalan dengan teori dinamika struktur, yang menyatakan bahwa kerusakan yang mengakibatkan pengurangan kekakuan secara substansial akan menurunkan frekuensi alami serta mengubah bentuk modus getar, sehingga berdampak langsung pada besarnya modal amplitude. Dengan demikian, hasil ini memperkuat dasar teoritis bahwa analisis modal amplitude merupakan pendekatan yang efektif untuk mendeteksi dan memetakan lokasi kerusakan secara global. Selain itu, sensitivitas tinggi parameter ini terhadap variasi kekakuan menjadikannya salah satu indikator utama dalam penerapan metode *vibration-based damage detection* (VBDD) untuk sistem struktur balok.

Hasil analisis ini konsisten dengan berbagai penelitian terdahulu yang menegaskan bahwa perubahan parameter dinamis, seperti frekuensi alami, bentuk modus getar (*mode shape*), dan amplitudo modal, merupakan indikator sensitif terhadap degradasi kekakuan akibat kerusakan struktural. Variasi pada modal amplitude dan bentuk modus getar dapat digunakan untuk mengidentifikasi lokasi serta tingkat keparahan kerusakan secara efektif, terutama pada struktur yang mengalami penurunan kekakuan lokal. Perbedaan yang signifikan pada kasus DC2 memperlihatkan bahwa metode

berbasis parameter modal memiliki sensitivitas tinggi terhadap kerusakan yang bersifat menyebar (*distributed damage*), karena perubahan karakteristik dinamis tidak hanya terjadi secara lokal, tetapi juga mempengaruhi respons global struktur.

Selain itu, perbedaan amplitudo yang semakin besar dengan bertambahnya tingkat kerusakan menunjukkan bahwa sistem struktur balok memiliki sifat respons nonlinier terhadap degradasi kekakuan. Fenomena ini sejalan dengan teori dinamika sistem kontinu, di mana penurunan kekakuan pada sebagian elemen akan menyebabkan redistribusi energi getar dan pergeseran pola deformasi global. Dengan demikian, analisis modal amplitude tidak hanya berfungsi sebagai alat identifikasi kerusakan, tetapi juga sebagai sarana untuk memahami hubungan antara perilaku dinamis struktur dan perubahan sifat mekanis material akibat retak atau degradasi.

Implikasi dari temuan ini sangat penting dalam konteks penerapan *Structural Health Monitoring* (SHM) pada infrastruktur sipil, terutama pada struktur balok beton dan baja yang rentan terhadap retak akibat beban berulang dan efek lingkungan. Penggunaan parameter dinamis seperti modal amplitude sebagai indikator kerusakan memungkinkan pengawasan kondisi struktur secara nondestruktif, efisien, dan *real-time*. Dengan demikian, integrasi metode identifikasi kerusakan berbasis getaran ke dalam sistem SHM dapat meningkatkan keandalan, keselamatan, dan umur layan struktur, serta mendukung penerapan konsep *smart structure* dalam rekayasa sipil modern.

IV. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis numerik dan interpretasi data yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa tingkat kerusakan pada elemen lentur balok memberikan pengaruh yang signifikan terhadap respons dinamis struktur. Peningkatan tingkat kerusakan, baik dalam bentuk penurunan kekakuan maupun perluasan area retak, terbukti menyebabkan penurunan nilai frekuensi alami serta perubahan pola modal amplitude yang terukur. Fenomena tersebut menunjukkan bahwa sifat dinamis struktur sangat sensitif terhadap degradasi kekakuan, sehingga parameter frekuensi dan bentuk modus getar dapat dijadikan indikator utama dalam mendeteksi dan mengidentifikasi kerusakan struktural.

Perbandingan antar skenario kerusakan menunjukkan adanya korelasi yang jelas antara besarnya kerusakan dan perbedaan nilai modal amplitude terhadap kondisi awal (*undamaged*). Kasus DC2, yang merepresentasikan kerusakan dengan tingkat penurunan kekakuan paling besar dan distribusi kerusakan paling luas, menunjukkan deviasi paling signifikan dibandingkan dengan skenario lainnya. Hal ini memperkuat konsep bahwa penurunan kekakuan secara global akan memengaruhi distribusi energi getar dan karakteristik mode bentuk getar secara keseluruhan.

Hasil analisis taraf kerusakan berdasarkan rasio tinggi retak terhadap tinggi balok memperlihatkan hubungan proporsional antara kedalaman retak dan penurunan kekakuan lentur. Pada rasio tinggi retak $s = 0,15$ diperoleh taraf kerusakan sebesar 0,17, sedangkan untuk $s = 0,30$ taraf kerusakan meningkat hingga 0,50. Hal ini menegaskan bahwa retak yang semakin dalam berimplikasi langsung terhadap penurunan kemampuan elemen dalam menahan momen lentur. Secara umum, pendekatan berbasis dinamika struktur melalui metode VBDD terbukti efektif dalam mendeteksi kerusakan secara non-destruktif. Metode ini mampu memberikan gambaran menyeluruh terhadap kondisi kekakuan struktur tanpa

memerlukan pengujian fisik yang invasif. Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi terhadap pengembangan sistem SHM pada infrastruktur sipil, khususnya pada elemen balok beton dan baja, dalam rangka meningkatkan reliabilitas, keamanan, dan umur layan struktur.

REFERENSI

- [1] A. K. Pandey and M. Biswas, "Damage Detection in Structures Using Changes in Flexibility," *J Sound Vib*, vol. 169, no. 1, pp. 3–17, 1994, doi: <http://doi.org/10.1006/jsvi.1994.1002>.
- [2] N. T. Le, A. Nguyen, T. H. T. Chan, and D. P. Thambiratnam, "Damage Identification in Large-Scale Bridge Girders Using Output-Only Modal Flexibility-Based Deflections and Span-Similar Virtual Beam Models," *Struct Control Health Monit*, vol. 2024, no. 1, 2024, doi: [10.1155/2024/4087831](https://doi.org/10.1155/2024/4087831).
- [3] N. T. Le, D. P. Thambiratnam, A. Nguyen, and T. H. T. Chan, "A new method for locating and quantifying damage in beams from static deflection changes," *Eng Struct*, vol. 180, pp. 779–792, Feb. 2019, doi: [10.1016/j.engstruct.2018.11.071](https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.11.071).
- [4] D. Dinh-Cong, P. Nguyen-Huynh, S. N. Nguyen, and T. Nguyen-Thoi, "Damage Identification of Functionally Graded Beams using Modal Flexibility Sensitivity-based Damage Index," *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, vol. 67, no. 1, pp. 272–281, Jan. 2023, doi: [10.3311/PPci.21148](https://doi.org/10.3311/PPci.21148).
- [5] H. Liu and Z. Li, "An improved generalized flexibility matrix approach for structural damage detection," *Inverse Probl Sci Eng*, vol. 28, no. 6, pp. 877–893, Jun. 2020, doi: [10.1080/17415977.2019.1683174](https://doi.org/10.1080/17415977.2019.1683174).
- [6] N. S. Barma, S. D. Dhandole, and T. J. Saravanan, "Structural damage identification through variations in modal quantities using modal strain energy and mode shape curvature methods," *Innovative Infrastructure Solutions*, vol. 10, no. 1, Jan. 2025, doi: [10.1007/s41062-024-01796-9](https://doi.org/10.1007/s41062-024-01796-9).
- [7] M. Modesti, C. Gentilini, A. Palermo, E. Reynders, and G. Lombaert, "A two-step procedure for damage detection in beam structures with incomplete mode shapes," *J Civ Struct Health Monit*, 2024, doi: [10.1007/s13349-024-00839-0](https://doi.org/10.1007/s13349-024-00839-0).
- [8] C. S. Xiang, L. Y. Li, Y. Zhou, and Z. Yuan, "Damage Identification Method of Beam Structure Based on Modal Curvature Utility Information Entropy," *Advances in Civil Engineering*, vol. 2020, 2020, doi: [10.1155/2020/8892686](https://doi.org/10.1155/2020/8892686).
- [9] J. Duan, W. Wang, and W. Zhou, "Damage identification research on beam structures by integrating multiple modal parameters," *Journal of Vibroengineering*, vol. 21, no. 7, pp. 1888–1903, 2019, doi: [10.21595/jve.2019.20328](https://doi.org/10.21595/jve.2019.20328).
- [10] G. Cosoli, M. Martarelli, A. Mobili, F. Tittarelli, and G. M. Revel, "Identification of damages in a concrete beam: A modal analysis-based method," in *Journal of Physics: Conference Series*, Institute of Physics, 2024, doi: [10.1088/1742-6596/2698/1/012014](https://doi.org/10.1088/1742-6596/2698/1/012014).
- [11] H. Qiu *et al.*, "Research on Structural Damage Identification of Shear Buildings Based on Modal Curvature Change," *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, May 2024, doi: [10.1142/S0219455425501056](https://doi.org/10.1142/S0219455425501056).
- [12] J. Pacheco-Chérrez and O. Probst, "Multiple damage detection in a cantilever beam using baseline-free operational modal analysis," *Mater Today Proc*, vol. 56, pp. 433–439, Jan. 2022, doi: [10.1016/j.matpr.2022.01.397](https://doi.org/10.1016/j.matpr.2022.01.397).
- [13] R. Hou, T. Li, Z. Zhang, L. Li, B. Liu, and D. Ren, "Experimental study on modal analysis and vibration response of tunnel structures under different damage conditions due to subway train loads," *Sci Rep*, vol. 15, no. 1, p. 3022, Dec. 2025, doi: [10.1038/s41598-025-87004-9](https://doi.org/10.1038/s41598-025-87004-9).
- [14] X. He, D. Ge, and Y. An, "Experimental Investigations of Damage Identification for Aluminum Foam Sandwich Beams Using Two-Step Method," *Material Design and Processing Communications*, vol. 2023, 2023, doi: [10.1155/2023/6551830](https://doi.org/10.1155/2023/6551830).
- [15] S. M. H. Pooya and A. Massumi, "A novel damage detection method in beam-like structures based on the relation between modal kinetic energy and modal strain energy and using only damaged structure data," *J Sound Vib*, vol. 530, Jul. 2022, doi: [10.1016/j.jsv.2022.116943](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2022.116943).
- [16] J. Pacheco-Chérrez, M. Aenlle, P. Fernández, C. Colchero, and O. Probst, "Damage detection in composite and plastic thin-wall beams by operational modal analysis: An experimental assessment," *Composites Part C: Open Access*, vol. 15, Oct. 2024, doi: [10.1016/j.jcomc.2024.100542](https://doi.org/10.1016/j.jcomc.2024.100542).