# IDENTIFIKASI KERUSAKAN STRUKTUR BALOK SEDERHANA BERDASARKAN ANALISIS DATA MODAL DINAMIK

### Musbar

Staf pengajar Jurusan Teknik Sipil Politeknik Negeri Lhokseumawe, email: <u>musbar 77@yahoo.co.id</u>

#### ABSTRAK

Tujuan dari penulisan ini adalah untuk mengindentifikasikan kerusakan struktur balok dengan menggunakan data modal dinamik (mode shapes dan frekuensi) serta membandingkan efektivitas dari metodologi yang diusulkan dengan menerapkannya pada struktur yang sama dan disamping itu, untuk merumuskan metodologi identifikasi kerusakan struktur baru berdasarkan metoda pengujian yang dapat digunakan untuk menaksir kerusakan dari struktur yang ada. Beberapa metode yang diusulkan yaitu; metode berdasarkan perubahan mode shapes dan frekuensi, metode fleksibilitas. Metode-metode vang diusulkan ini mengindentifikasi kerusakan struktur balok berdasarkan beberapa skenario sebagai berikut : kerusakan tunggal (single), ganda (double) dan kerusakan banyak (multiple). Simulasi kerusakan awal pada struktur balok adalah dengan memberikan retak dan pengurangan kekakuan pada beberapa elemen balok. Balok dimodelkan sebagai balok Hermitian dengan jumlah diskritisasi sebanyak 15 elemen. Balok yang digunakan mempunyai propertis penampang dan berat jenis yang berbeda. Dua jenis kondisi perletakan digunakan untuk pemodelan yaitu sebagai berikut : balok (a) dengan tumpuan sederhana dan balok (b) dengan tumpuan jepit-jepit. Metode elemen hingga digunakan untuk menganalisis balok dan untuk menghitung nilai mode shapes dan frekuensi. Metode-metode yang diusulkan seperti perubahan mode shapes dan frekuensi, fleksibilitas mampu mengindentifikasikan lokasi kerusakan dengan baik pada struktur balok sampai dua lokasi kerusakan untuk balok (a) dan hanya satu lokasi kerusakan untuk balok (b).

Kata kunci : Identifikasi kerusakan, mode shapes, frekuensi, taraf kerusakan

#### ABSTRACT

This study aims to identify damage of a beam structure using various analytical methods based on dynamic modal data (mode shape and frequency), and to evaluate the effectiveness of the proposed methodologies. Several methods explored in this study are: methods based on changes in mode shapes, frequency, and curvature; and flexibility method. The methods were used to identify damage of a beam structure with damage scenarios as follows: single damage, double damage, and multiple damage. The beam structure was modeled as a Hermitian beam with discretization of 15 elements. Damage simulation was obtained by applying crack or reduced stiffness on a few beam elements. Two types of beam structure models were used in the analysis with different materials and section properties, (a) simply supported concrete beam, and (b) steel beam with fixed end restraints. Finite element method was used for structural analysis and for obtaining mode shapes and frequencies. Methods based on changes in mode shapes, frequency, and curvature; and flexibility method, were able to identify the location of damage on the beam structure with damage scenarios of up to double damage on beam (a), and single damage on beam (b).

Keywords: damage identification, mode shapes, frequency, damage severity

### PENDAHULUAN

Kerusakan struktur sebagai suatu perlemahan dari struktur secara negatif mempengaruhi kinerja (*performance*). Kerusakan juga didefinisikan sebagai penyimpangan dari geometrik struktur dasar atau propertis material yang menyebabkan terjadinya tegangan

yang tidak diinginkan, *displacement*, atau getaran pada struktur. Perlemahan dan penyimpangan ini terjadi akibat timbulnya retak, baut yang lepas, las yang hancur, karat, *fatigue*, dll.

Masyarakat teknik sipil sadar akan keterbatasan dari penilaian kondisi struktur didasarkan pada inspeksi visual yang seringkali digunakan secara praktis. Aplikasi secara rutin tentang penilaian kondisi dilakukan untuk jembatan, bendungan, dan bangunan untuk mengevaluasi bagian yang mudah terkena pengaruh gempa atau kerusakan setelah gempa bumi terjadi, dan jenis struktur lainnya setelah beban layan terlampaui (*overloading*), kecelakaan.

Proses monitoring dapat memberikan informasi yang diperlukan untuk melakukan kontrol pada struktur, pemeliharaan, retrofit, dan aktivitas lain yang relevan untuk memastikan keamanannya sepanjang periode operasional sekarang dan yang akan datang. Secara umum, agar dapat menaksir kondisi kesehatan dari suatu struktur secara tepat memerlukan informasi dari semua komponen individu struktur. Salah satu cara untuk mengatasi keterbatasan sebelumnya yaitu dengan penggunaan metoda pendeteksian kerusakan global. Identifikasi kerusakan struktur didasarkan dalam menetapkan perubahan karakteristik dinamis sebagai suatu cara global untuk mengevaluasi kondisi struktur. Metoda ini didasarkan pada landasan pemikiran terhadap parameter-parameter (seperti : frekuensi natural, *mode shapes*, rasio redaman, dll.) adalah suatu fungsi dari sifat fisis struktur (kekakuan, redaman, massa dan syarat batas). Oleh karena itu, perubahan kekakuan atau fleksibilitas dari struktur akan menyebabkan perubahan propertis.

Kerusakan suatu struktur menghasilkan perubahan terhadap karakteristik dinamik. Masalah selalu dirumuskan seperti: perubahan karakteristik dinamis struktur sebelum dan setelah kerusakan, perkiraan lokasi dan taraf tingkat kerusakan. Dalam konteks metode elemen hingga (*finite element method*, FEM), kerusakan struktur dapat diwakili oleh pengurangan kekakuan dari elemen-elemen individu. Melalui perhitungan terhadap elemenelemen struktur yang rusak, kerusakan struktur dapat secara penuh ditetapkan.

# METODE PENELITIAN

## Penampang Struktur Balok

Bentuk penampang struktur balok yang dianalisis dalam laporan ini sebanyak dua bentuk penampang. Balok ditumpu secara sederhana, balok (a) dengan tumpuan sendi-rol dan balok (b) dengan tumpuan jepit-jepit. Propertis penampang dan material kedua balok tersebut berbeda satu sama lain. Bentuk penampang struktur balok diperlihatkan pada Gambar 3, berikut. Balok (a) terbuat dari beton dengan nilai Ea = 25 Gpa dan  $\rho_a$  = 2400 kg/m<sup>3</sup>, balok (b) terbuat dari baja dengan nilai Ea = 200 Gpa dan  $\rho_a$  = 7873,1 kg/m<sup>3</sup>

## Asumsi Kerusakan Struktur Balok

Kerusakan pada balok diasumsikan terjadi akibat adanya retak dan adanya pengurangan kekakuan struktur. Asumsi kerusakan pada struktur balok hanya berdampak pada pengurangan kekakuan saja, sedangkan massa dan momen inersia balok tidak terjadi penurunan nilai akibat timbulnya retak atau pengurangan kekakuan. Untuk berbagai skenario kerusakan yang diberikan pada balok diperlihat pada Tabel 1.



Gambar 3. Ukuran dan Model *Finite Element* Balok

Skenario	Elemen yang	Pengurangan	a/h			
kerusakan	Rusak	Kekakuan	a/11			
Balok (a)						
SR	8	30%	-			
SC	8	-	0.30			
DC	4 dan 8	-	0.30			
Balok (b)						
SSR	8	20%				
DSR	4 dan 8	25% & 40%				
MSR	2, 8, 10 dan 14	10%, 30%, 20% & 20%				

# Metode Identifikasi Kerusakan

Batasan permasalahan pada laporan ini adalah pendeteksian kerusakan pada struktur balok sesuai dengan skenario yang diberikan dengan menggunakan data data awal yaitu data dinamis properties. Benda uji yang dianalisis adalah dua buah balok yang ditumpu secara sederhana yaitu dengan tumpuan sendi-rol dan tumpuan jepit-jepit. Pemodelan elemen balok dengan menggunakan elemen balok hermitian, analisis elemen balok untuk mendapatkan nilai karaktersistik dinamis balok dengan menggunakan pemodelan metode elemen hingga. Skenario kerusakan pada balok diasumsikan akibat adanya retak yang terjadi dan akibat adanya pengurangan kekakuan. Metode identifikasi kerusakan yang diusulkan pada laporan ini adalah:

- 1. Metode berdasarkan perubahan mode shapes dan frekuensi;
- 2. Metode fleksibilitas

Dalam banyak kasus, kerusakan pada suatu struktur diakibatkan oleh adanya retak yang terjadi. Monitoring getaran menjadi suatu cara yang efektif untuk mendeteksi kerusakan pada struktur. Pekerjaan monitoring ini didasarkan pada suatu pemahaman

yang baik dari hubungan antara lokasi retak, ukuran retak dan perubahan yang berhubungan dengan parameter modal seperti frekuensi alami dan *mode shape*.

## Matrik Kekakuan Elemen Balok yang Mengalami Retak

Menurut prinsip dari Saint-Venant, bidang tekanan yang dipengaruhi hanya di daerah yang berdekatan dengan daerah retak. Sangat sulit untuk menemukan suatu bentuk fungsi yang sesuai kira-kira untuk menyatakan energi kinetik dan energi potensial elastis, dikarenakan deformasi yang terputus pada elemen yang mengalami retak. Kalkulasi dari energi tekanan tambahan dari sebuah retak, bagaimanapun, telah dipelajari secara mendalam di dalam mekanika retak. Koefisien fleksibilitas dinyatakan oleh suatu faktor intensitas tekanan yang dapat dengan mudah diperoleh berdasarkan teorema Castigliano's di dalam cakupan bahasan linear-elastis (Sanchez, 2004).



Matrik koefisien fleksibilitas untuk elemen tanpa retak sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} C^{(0)} \end{bmatrix} = \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} L^3/3 & L^2/2 \\ L^2/2 & L \end{bmatrix}$$
(1)

Begitu juga untuk matrik koefisien fleksibilitas tambahan adalah:

$$\left[C^{(1)}\right] = \frac{b\pi\pi^2}{E'} \begin{bmatrix} 9\beta_1^2 L^2 + \beta_2^2 & 18\beta_1^2 L\\ 18\beta_1^2 L & 36\beta_1^2 \end{bmatrix}$$
(2)

Dimana :

$$\beta_{1} = F_{I}(s) / bh^{2} \text{ dan } \beta_{2} = F_{II}(s) / bh$$

$$F_{I}(s) = \sqrt{(2/\pi\pi)tg(\pi\pi s2)} \frac{0.923 + 0.199[1 - \sin(\pi in2)]^{4}}{\cos(\pi os2)}$$
(3)

$$F_{II}(s) = \left(3s - 2s^2\right) \frac{1,122 - 0,561s + 0,085s^2 + 0,18s^3}{\sqrt{1 - 2}}$$
(4)

Sedangkan matrik koefisien fleksibilitas total adalah:

$$\begin{bmatrix} C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C^{(0)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C^{(1)} \end{bmatrix}$$
(5)

Berdasarkan syarat kesetimbangan pada Gambar 2, maka diperoleh:

$$\{P_i M_i P_{i+1} M_{i+1}\}^T = [T] \{P_{i+1} M_{i+1}\}^T,$$
(6)

Dimana :

$$T = \begin{bmatrix} -1 & -L & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{T}$$
(7)

Berdasarkan prinsip kerja virtual, matrik kekakuan elemen retak dapat ditulis sebagai:

$$\begin{bmatrix} K \end{bmatrix}_{C} = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} T \end{bmatrix}^{T}$$
(8)

Sedangkan matrik kekakuan untuk elemen tanpa retak adalah:

Gambar 2. Diagram Kondisi Kesetimbangan Elemen

Matriks kekakuan dan matriks massa untuk elemen tanpa retak ditulis sebagai:

$$\begin{bmatrix} K \end{bmatrix}_{\mathcal{U}} = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ & & 12 & -6L \\ simetris & & 4L^2 \end{bmatrix}$$
(10)  
$$\begin{bmatrix} M \end{bmatrix}_{\mathcal{U}} = \frac{\bar{m}L}{\frac{m}{420}} \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ & & 156 & -22L \\ simetris & & 4L^2 \end{bmatrix}$$
(11)

## Analisis Getaran Bebas

M

Untuk mendapatkan frekuensi natural dan *mode shapes* pada sistem struktur yaitu dengan cara menghitung matrik *eigenvalue*, yang diperoleh berdasarkan analisa dari persamaan gerak untuk getaran bebas tanpa redaman (*free undamped vibration*). Persamaan matrik *eigenvalue* dapat dihitung dengan persamaan berikut :

$$K - \omega^2 M \left\{ \psi \right\} = \left\{ 0 \right\} \tag{12}$$

Propertis orthogonalitas dari matrik massa modal normalisasi dapat dinyatakan dengan persamaan berikut:

$$\begin{bmatrix} \Phi \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} \mathbf{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \end{bmatrix}$$
(13)

$$\begin{bmatrix} \Phi \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} \mathbf{K} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda \end{bmatrix}$$
(14)

Dimana :

[I] = Matrik identitas

# 1. Metode Berdasarkan Perubahan Mode Shapes dan Frekuensi

Metoda yang menggunakan frekuensi saja untuk menganalisis kerusakan mempunyai beberapa keterbatasan. Hal ini dikarenakan perubahan frekuensi dapat terjadi akibat retak yang sama tetapi terjadi pada posisi atau daerah yang berbeda. Sebagai tambahan, kerusakan yang signifikan hanya menyebabkan perubahan frekuensi alami yang sangat kecil, terutama sekali untuk struktur yang lebih besar. Karena nilai yang sangat kecil, perubahan ini

menjadi terabaikan akibat koreksi dalam kesalahan pengukuran (Kim et al. 2003). Perubahan frekuensi tidak dapat membedakan antara kerusakan pada lokasi yang simetris pada sebuah struktur yang *symmetric*. Sebagai perbandingan, *mode shapes* getaran sangat dipengaruhi oleh kerusakan lokal dan oleh karena itu memberikan suatu pengukuran yang lebih baik pada penempatan kerusakan.

## 1.1 Metode parameter eigen

Metode parameter eigen diusulkan oleh Yuen (1985) untuk mendeteksi kehadiran dan lokasi kerusakan pada balok kantilever. Hal ini juga telah dievaluasi oleh Salawu dan Williams (1993) dan Dong et al. (1994). Metoda ini hanya menggunakan data *mode shapes*. Belandaskan pemikiran yang menghubungan jarak mode dengan masing-masing derajat kebebasan dinamis akan dipengaruhi secara berbeda akibat adanya kerusakan dan perubahan *mode shapes* yang mana akan mencerminkan lokasi dan luas dari kerusakan.

Parameter yang digunakan adalah frekuensi dan *mode shapes* yang berhubungan dengan permasalahan nilai eigen dari struktur struktur yang tidak mengalami kerusakan.

$$\left( \begin{bmatrix} K \end{bmatrix} - \lambda_i \begin{bmatrix} M \end{bmatrix} \right) \left\{ \phi \right\}_i = 0 \tag{15}$$

dan struktur yang mengalami kerusakan

$$\left( \begin{bmatrix} K^* \end{bmatrix} - \lambda_i^* \begin{bmatrix} M \end{bmatrix} \right) \left( \phi^* \right)_i = 0$$
(16)

Suatu parameter yang dihitung untuk perubahan frekuensi dan *mode shapes* dari struktur diusulkan penggunaannya untuk mendeteksi kerusakan. Untuk mode shapes ke-i parameter eigen didefinisikan sebagai:

$$\{U\}_{i} = \frac{\{\phi^{*}\}_{i}}{\omega_{i}^{*2}} - \frac{\{\phi\}_{i}}{\omega_{i}^{2}}$$
(17)

Nilai eigen dipilih sebagai faktor normalisasi dikarenakan propertis dinamik lainnya dipengaruhi oleh adanya kerusakan pada struktur.

#### **1.2** Metode perbedaan relatif mode shapes

Perbedaan relatif mode shapes (*mode shapes relative difference*) merupakan perbandingan grafis dari *displacement mode shapes* yang digunakan sebagai sebuah penunjuk lokasi kerusakan. Parameter yang digunakan untuk perbedaan relatif adalah *mode shapes* struktur dengan kerusakan dan tanpa kerusakan. Untuk *mode shapes* ke-i maka paremeter perbedaan relatif didefinisikan dengan persamaan:

$$\{RD\}_{i} = \frac{\{\phi\}_{i} - \{\phi^{*}\}_{i}}{\{\phi\}_{i}}$$
(18)

RD (*Relative different*) sebagai sebuah fungsi dari lokasi pengukuran yang menunjukkan suatu kecenderungan terbatas dengan discontinuasi yang jelas pada kerusakan. *Displacement mode shapes* sangat dipengaruhi oleh kerusakan yang memungkinkan untuk mengindentifikasikan wilayah kerusakan dari struktur.

Ren (2002) mengusulkan suatu metoda didasari *mode shapes*, yang memprediksi lokasi dan taraf tingkat kerusakan. Kinerja dari metoda ini akan dibahas di sini dengan mengaplikasikan pada balok yang digunakan untuk prosedur lainnya. Suatu diskretisasi *finite element* konvensional digunakan untuk memodelkan struktur. Propertis modal yang dipertimbangkan adalah frekuensi alami dan *mode shapes* dari struktur dengan dan tanpa kerusakan.

Dalam konteks disitasi *finite elements*, kerusakan pada suatu struktur dapat ditunjukkan oleh suatu pengurangan kekakuan dari *finite element* itu sendiri. Identifikasi kerusakan kemudian dapat dilakukan pada setiap tingkatan elemen. Diasumsikan di sini bahwa matriks kekakuan dari elemen berkurang secara seragam. Perubahan kecil dalam kekakuan dari suatu elemen dapat dinyatakan oleh indek kerusakan sebagai berikut:

$$\Delta k_e = \left(k_e - k_e^*\right) = \Delta a_e k_e \tag{40}$$

Dimana :

 $k_e$  = Matrik kekakuan struktur tanpa kerusakan

 $k_e^*$  = Matrik kekakuan struktur yang mengalami kerusakan

 $\Delta k_e$  = Pengurangan nilai kekakuan elemen

Sebuah nilai positif dari  $\Delta k_e \in [0,1]$  akan mengindentifikasikan sebuah kehilangan kekakuan elemen. Elemen ke-e tanpa kerusakan jika  $\Delta a_e = 0$  dan kekakuan elemen ke-e akan sepenuhnya hilang jika  $\Delta a_e = 1$ . Sedemikian, matrik kekakuan elemen yang mengalami kerusakan dijabarkan dengan persamaan berikut:

$$k_e^* = k_e \left( 1 - \Delta a_e \right) \tag{41}$$

Indek kerusakan elemen (*element damage index*) adalah rasio dari kekakuan momen inersia struktur yang mengalami dan tanpa kerusakan yang diekspresikan dengan persamaan:

$$\Delta a_e = \frac{\left(EI\right)_e^*}{\left(EI\right)_e} \tag{42}$$

Untuk sistem struktur dengan N elemen (e = 1,...,N), n *mode shapes* tanpa kerusakan (i = 1,...,n) dan m *mode shapes* dengan kerusakan (j = 1,...,m), maka persamaan indek kerusakan elemen dapat ditulis dengan persamaan :

$$\sum_{e=1}^{N} \phi_{je}^{T} k_{e} \phi_{ie} \Delta a_{e} = \left(1 - \frac{\omega_{j}^{*2}}{\omega_{i}^{2}}\right) \phi_{j}^{*T} K \phi_{i}$$

(43)

Persamaan di atas dapat ditulis dalam notasi matrik yaitu:

$$[S]{\Delta a} = {\Delta R}$$

(44) Dimana :

K = Matrik kekauan global struktur tanpa kerusakan (undamaged)

 $\phi_i$  = Mode shapes ke-i dari struktur tanpa kerusakan (undamaged)

 $\phi_i^*$  = Mode shapes ke-j dari struktur yang mengalami kerusakan (damaged)

 $\omega_i^*, \omega_i$  = Frekuensi alami struktur dengan dan tanpa kerusakan

Matrik sistem menjadi:

$$S_{ije} = \phi_{je}^{*T} k_e \phi_{ie}$$

Dan vektor residual  $\Delta R_{ii}$  adalah:

(45)

$$\Delta R_{ij} = \left(1 - \frac{\omega_i^{*2}}{\omega_i^2}\right) \phi_j^{*T} K \phi_i$$
(46)

## 2. Metode Fleksibilitas

Seperti telah diuraikan sebelumnya, adanya kerusakan pada strukur menyebabkan terjadinya perubahan karakteristik dinamik. Perubahan terjadi pada beberapa dari parameter struktur, seperti: redaman, kekakuan dan matriks fleksibilitas. Ada beberapa metoda berdasarkan pada konsep ini, yang menggunakan suatu matriks fleksibilitas untuk mengukur perubahan kinerja dari struktur (Pandey dan Biswas, 1994). Menurut definisi, matriks fleksibilitas merupakan hubungan antara gaya yang diberikan dengan *displacement* struktur yang terjadi. Jadi, masing-masing kolom dari matriks fleksibilitas menggambarkan hubungan pola *displacement* dari struktur dengan per unit gaya yang diberikan. Matriks fleksibilitas dapat diperkirakan dari pengukuran frekuensi dan *mode shapes* massa normalisasi. Secara khusus, mendeteksi kerusakan menggunakan matriks fleksibilitas, yaitu matrik fleksibilitas yang diperoleh dengan menggunakan *modes* dari struktur tanpa kerusakan atau hasil analisis matriks fleksibilitas dari FEM. Berdasarkan laporan risetnya Pandey dan Biswas tidak memerlukan pegembangan dari model analisis struktur yang diinvestigasi, semua perkiraan kerusakan dibuat dari pengumpulan data eksperimen struktur.

*Mode shapes* normalisasi dengan kesatuan sebagai  $[\Phi]^T [M] [\Phi] = [I]$ , matrik kekakuan [K]dan fleksibilitas [F] adalah hubungan dari propertis modal sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M \end{bmatrix}_{nxn} \begin{bmatrix} \Phi \end{bmatrix}_{nxn} \begin{bmatrix} \Lambda \end{bmatrix}_{nxn} \begin{bmatrix} \Phi \end{bmatrix}_{nxn}^T \begin{bmatrix} M \end{bmatrix}_{nxn} = \begin{bmatrix} M \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sum i \\ \sum i=1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i \\ i \neq i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i \\ i \neq i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i \\ i \neq i \end{pmatrix} \begin{bmatrix} M \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi \end{bmatrix}_{nxn} \begin{bmatrix} \Lambda \end{bmatrix}_{nxn}^{-1} \begin{bmatrix} \Phi \end{bmatrix}_{nxn}^T = \sum_{i=1}^n \frac{\phi_i \phi_i^T}{\omega_i^2}$$
(54)

Jika semua jumlah *modes* (n) dan masing-masing *modes* tersebut digunakan, maka persamaan (54) didefinisikan sebagai matrik fleksibilitas struktur. Jika jumlah nilai  $m \triangleleft n$  dari *modes* yang digunakan, maka akan diperoleh sebuah matrik yang singular. Disini dikenal sebagai matrik *pseudo-plexibility* atau matrik *raw flexibility* dan didefinisikan sebagai:

$$[F] = [\Phi]_{nxm} [\Lambda]_{mxm}^{-1} [\Phi]_{mxn}^{T}$$
(55)

Dari persamaan di atas dapat diamati bahwa kontribusi *modal* pada matriks fleksibilitas berkurang ketika frekuensi bertambah, yaitu, matriks fleksibilitas konvergen dengan cepat dengan bertambahnya nilai-nilai frekuensi. Oleh karena itu, suatu perkiraan yang baik dari matriks fleksibilitas dapat diperoleh dengan hanya menurunkan sedikit *modes* frekuensinya. Dengan diketahuinya matrik fleksibilitas, maka selisih dari matrik fleksibilitas dapat dihitung dengan persamaan:

$$\begin{bmatrix} \Delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} F^* \end{bmatrix}$$
(56)

$$\begin{bmatrix} F^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi^* \end{bmatrix}_{n \times m} \begin{bmatrix} \Lambda^* \end{bmatrix}_{m \times m}^{-1} \begin{bmatrix} \Phi^* \end{bmatrix}_{m \times n}^{\ell}$$
(57)

Dimana:

[F] = Matrik fleksibilitas struktur tanpa kerusakan (*undamaged*)

 $|F^*|$  = Matrik fleksibilitas struktur yang mengalami kerusakan (*damaged*)

Untuk derajat kebebasan struktur lainnya j, nilai absolut maksimum pada elemen dalam kolom yang sama dari  $[\Delta]$ , didefinisikan dengan persamaan:

$$\delta_{i} = \max_{i} \left| \delta_{ii} \right| \tag{58}$$

Dimana  $\delta_j$  adalah elemen-elemen dari [ $\Delta$ ], untuk mendeteksi dan menentukan kerusakan dapat digunakan persamaan di atas sebagai pengukuran perubahan fleksibilitas pada lokasi pengukuran yang ditinjau. Suatu variasi metoda yang didasarkan pengukuran matriks fleksibilitas yaitu dengan menggunakan pengukuran matriks kekakuan. Matriks ini digambarkan sebagai pseudoinverse dari pengukuran matriks fleksibilitas.

# HASIL DAN PEMBAHASAN

Adapun hal-hal yang dibahas pada bab ini meliputi hasil analisis taraf kerusakan elemen lentur, analisis getaran bebas yang berupa *mode shapes* struktur tanpa dan dengan kerusakan, metode berdasarkan perubahan *mode shapes* dan frekuensi. Pembahasan meliputi keefektifitas metode yang digunakan dalam mengindentifikasikan jumlah lokasi kerusakan pada struktur balok. Taraf kerusakan pada penampang balok beton untuk rasio tinggi retak terhadap tinggi balok s = 0,30 diperoleh sebesar 0,50.

# Analisis Getaran Bebas

# (a) Frekuensi alami

Hasil analisis getaran bebas untuk kedua balok dengan pemodelan kerusakan seperti yang telah dibahas pada bab sebelumnya menggunakan program MATLAB. Hasil yang didapat meliputi frekuensi dan *modal displacement (mode shapes)*. Frekuensi balok (a) dan (b) hasil analisis getaran bebas berturut-turut ditampilkan pada Tabel 2 sebagai berikut.

Balok (a)	Undamaged	SR	SC	DC
	4.7	4.5	4.3	4.2
	18.6	18.6	18.6	17.4
	41.9	40.8	39.4	37.7
	74.5	74.3	74.4	74.1
	116.4	113.7	110.4	109.1
Balok (b)	Undamaged	SRR	MSR	DSR
	17.7	17.5	17.2	17.2
	48.9	48.9	48.3	48.3
	95.9	94.5	93.4	90.8
	158.6	158.4	156.0	157.1
	237.1	233.9	229.2	229.0

Tabel 2. Frekuensi Balok (a) dan (b) untuk Kondisi dengan dan Tanpa Kerusakan

# (b) Modal amplitude

*Modal amplitude* untuk balok (a) dan (b) diperlihatkan pada Gambar 4 dan 5, pada gambar diperlihatkan perbandingan antara *modal amplitude* kondisi tanpa kerusakan (*undamaged*) dengan kerusakan (*damaged*) pada skenario kerusakan SC dan TSR.







Node Gambar 5. *Modal Amplitude* Balok (b) untuk Kasus Kerusakan TSR

Berdasarkan gambar di atas dapat dilihat bahwa nilai *modal amplitude* pada skenario kerusakan SC dan TSR antara kondisi *undamaged* dengan *damaged* terjadi perbedaan. Semakin besar tingkat kerusakan dan semakin banyak kerusakan yang diberikan maka semakin besar pula perbedaaan nilai mode shape.

## Metode Parameter Eigen

Nilai parameter eigen dihitung untuk skenario kerusakan pada balok (a), yaitu : SR, SC dan DC, sedangkan nilai parameter eigen untuk skenario kerusakan pada balok (b), yaitu : SSR, DSR dan MSR. Nilai parameter eigen balok (a) dan (b) diperlihatkan pada Gambar 6 dan 7. Nilai parameter eigen pada laporan ini ditampilkan untuk nilai pada mode 1.



Gambar 6. Parameter Eigen Balok (a) pada Mode 1

Nilai parameter eigen balok (a) pada mode 1 untuk skenario kerusakan SR, SC dan DC meningkat pada elemen yang mengalami kerusakan. Untuk skenario kerusakan SR dan SC dapat disimpulkan bahwa nilai absolut dari parameter eigen bertambah seiring dengan meningkatnya taraf kerusakan. Nilai puncak maksimum untuk skenario kerusakan DC lebih besar dari SR dan SC, puncak maksimum ini terdapat pada lokasi elemen yang mengalami kerusakan. Pada mode 1 ini parameter eigen dapat mengindentifikasikan lokasi kerusakan dengan baik.





Kondisi yang sama juga diperlihatkan untuk nilai parameter eigen pada balok (b). Pada mode 1 ini parameter eigen dapat mengindentifikasikan lokasi kerusakan dengan baik untuk skenario kerusakan SSR, sedangkan untuk skenario kerusakan DSR dan MSR tidak jelas. Hal ini disebabkan puncak grafik hanya terdapat pada pertengahan bentang saja, sedangkan lokasi kerusakan untuk skenario DSR selain pada pertengahan bentang juga ada pada elemen 4. Dari gambar untuk elemen 4 ini tidak menunjukkan adanya titik puncak, sehingga identifikasi kerusakan menjadi tidak jelas. Hal ini juga terjadi pada skenario kerusakan MSR, dimana elemen-elemen yang mengalami kerusakan tidak terdapat titik puncak, sehingga identifikasi kerusakan juga menjadi tidak jelas.

## Metode Perbedaan Relatif

Pada mode 2 untuk skenario kerusakan SR dan SC dengan jelas dapat didentifikasikan, hal ini dikarenakan terdapat titik puncak pada pertengahan bentang. Sedangkan untuk skenario kerusakan DC terdapat satu titik puncak positif dan satu titik

puncak negatif yang terdapat pada elemen di pertengahan bentang, sehingga indentifikasi kerusakan tidak secara jelas. Untuk mode 2 ini juga menunjukkan bahwa perbedaan relatif semakin besar seiring dengan meningkatnya taraf kerusakan pada balok.



Gambar 8. Perbedaan Relatif Balok (a) Skenario Kerusakan SR dan SC pada Mode 2





Pada mode 2 untuk skenario kerusakan SRR pada balok (b) dengan jelas dapat didentifikasikan, hal ini dikarenakan terdapat titik puncak pada pertengahan bentang. Sedangkan untuk skenario kerusakan DSR dan MSR walaupun terdapat beberapa titik puncak positif dan titik puncak negatif, tetapi letak titik puncak tersebut tidak tepat pada lokasi yang mengalami kerusakan sehingga identifikasi lokasi kerusakan menjadi tidak jelas.



Gambar 10. Perbedaan Relatif Balok (b) Skenario Kerusakan SRR pada Mode 2





Berdasarkan hasil analisis untuk metode identifikasi kerusakan pada balok (a) dan (b), ternyata identifikasi kerusakan untuk balok (a) lebih baik dibandingkan dengan balok (b). Hal ini dikarenakan balok (b) dengan tumpuan jepit-jepit mempunyai efek bias pada tumpuan akibat getaran yang terjadi, efek bias ini terjadi akibat pemantulan kembali gelombang *modal displacement* akibat getaran bebas sehingga terjadi gangguan nilai *modal amplitude* terutama pada bagian tepi balok.

# Metode Fleksibilitas

Identifikasi kerusakan dengan metode fleksibilitas atau disebut juga sebagai metode delta, dimana parameter  $\delta_i$  dihitung untuk mendeteksi dan menentukan lokasi kerusakan pada struktur balok sesuai dengan skenario kerusakan.

# Skenario kerusakan balok a

Untuk skenario kerusakan pada balok (a) yaitu SR1, SR2, SC1, SC2, DC1 dan DC2, perubahan fleksibilitas dihitung dengan menggunakan 4 modes shapes. Perubahan fleksibilitas normalisasi dihitung berdasarkan nilai absolut maksimum. Perubahan fleksibilitas balok (a) dengan beberapa skenario kerusakan diperlihatkan pada Gambar 11 sampai 13. Berdasarkan gambar untuk berbagai skenario, secara jelas terlihat bahwa perbedaan fleksibilitas normalisasi semakin besar seiring dengan meningkatnya taraf kerusakan yang diberikan. Dari gambar juga dapat dilihat kesamaan yang serupa dengan diagram momen untuk aplikasi gaya terpusat yang diberikan pada elemen yang mengalami kerusakan. Pada Gambar 11 dapat dilihat bahwa perubahan fleksibilitas SR2 dua kali lebih besar dari perubahan fleksibilitas SR1, yang mana taraf kerusakan SR2 dua kali lebih besar dari SR1. Sedangkan pada Gambar 12 perubahan fleksibilitas SC2 tiga kali lebih besar dari perubahan fleksibilitas SC1, yang mana taraf kerusakan SC2 juga tiga kali lebih besar dari taraf kerusakan SC1 (taraf kerusakan SC2 = 0,5 dan taraf kerusakan SC1 = 0,17). Kondisi yang sama juga hampir sama untuk skenario kerusakan DC1 dan DC2. Metode perubahan fleksibilitas dapat memberikan gambaran dengan baik mengenai identifikasi lokasi dan taraf kerusakan pada balok (a). Untuk skenario kerusakan tunggal (pada elemen 8) SR1, SR2, SC1 dan SC2 titik puncak grafik yang terdapat pada tengah bentang menandakan bahwa dibagian tersebut terdapat kerusakan. Sedangkan untuk skenario kerusakan ganda (elemen 4 dan 8) DC1 dan DC2 titik puncak grafik juga terdapat pada bagian elemen yang mengalami kerusakan.



Gambar 11. Perubahan fleksibilitas normalisasi balok (a) untuk skenario kerusakan SR1 dan SR2



Gambar 12. Perubahan fleksibilitas normalisasi balok (a) untuk skenario kerusakan SC1 dan SC2



Gambar 13. Perubahan fleksibilitas normalisasi balok (a) untuk skenario kerusakan DC1 dan DC2

#### Skenario kerusakan balok b

Untuk skenario kerusakan pada balok (b) yaitu SRR1, SRR2, DSR, TSR dan MSR, perubahan fleksibilitas juga dihitung dengan menggunakan 4 *modes shapes*. Perubahan fleksibilitas normalisasi dihitung berdasarkan nilai absolut maksimum. Perubahan fleksibilitas balok (b) dengan beberapa skenario kerusakan diperlihatkan pada Gambar 14 sampai 15. Berdasarkan gambar untuk berbagai skenario, secara jelas terlihat bahwa perbedaan fleksibilitas normalisasi semakin besar seiring dengan meningkatnya taraf kerusakan yang diberikan. Berbeda halnya dengan balok (a) dimana gambar perubahan fleksibilitas mempunyai kesamaan dengan diagram momen untuk aplikasi gaya terpusat yang diberikan pada elemen yang mengalami kerusakan, hal ini tidak terjadi pada balok (b) dengan tumpuan jepit-jepit. Pada Gambar 14 dapat dilihat bahwa perubahan fleksibilitas SRR2 dua kali lebih besar dari SRR1. Sedangkan pada Gambar 15 perubahan fleksibilitas DSR, TSR dan MSR tidak dapat dibandingkan, hal ini dikarenakan perbedaan dari lokasi elemen kerusakan dan taraf kerusakan yang diberikan.

Metode perubahan fleksibilitas dapat memberikan gambaran dengan baik mengenai identifikasi lokasi dan taraf kerusakan pada balok (b). Untuk skenario kerusakan tunggal (pada elemen 8) SRR1 dan SRR2 titik puncak grafik yang terdapat pada tengah bentang menandakan bahwa dibagian tersebut terdapat kerusakan. Untuk skenario kerusakan ganda (elemen 4 dan 8) DSR titik puncak grafik juga terdapat pada bagian elemen yang mengalami kerusakan, dari gambar terlihat cukup jelas untuk identifikasi kerusakan pada elemen 8 akan tetapi sedikit kurang baik untuk identifikasi kerusakan pada elemen 4. Untuk skenario kerusakan 3 elemen (4, 8 dan 12) TSR titik puncak grafik juga terdapat pada bagian elemen yang mengalami kerusakan, dari gambar terlihat cukup jelas untuk identifikasi kerusakan pada elemen 8 akan tetapi sedikit kurang baik untuk identifikasi kerusakan pada elemen 4 dan 12. Perbedaan nilai maksimum pada ketiga puncak tersebut sangat signifikan seolah-olah kerusakan pada elemen 8 jauh lebih besar dibandingkan dengan elemen 4 dan 12, padahal taraf kerusakannya tidak jauh berbeda, hal ini dapat mempengaruhi (membingungkan) pembaca dalam mengartikan identifikasi kerusakan pada seknario ini. Untuk skenario kerusakan 4 elemen (2,8,10 dan 12) MSR mempunyai kemiripan dengan skenario kerusakan TSR.



Gambar 14. Perubahan fleksibilitas normalisasi balok (b) untuk skenario kerusakan SRR1 dan SRR2



Gambar 15. Perubahan fleksibilitas normalisasi balok (b) untuk skenario kerusakan DSR, TSR dan MSR

Berdasarkan dua kasus struktur balok di atas yaitu balok (a) dan (b) dapat disimpulkan bahwa metode fleksibilitas ini cukup akurat untuk mengindentifikasikan kerusakan pada struktur balok untuk jumlah elemen yang mengalami kerusakan terbatas, dua elemen untuk struktur balok dengan tumpuan sederhana dan satu elemen untuk struktur balok dengan tumpuan sederhana dan satu elemen untuk struktur balok dengan tumpuan jepit-jepit. Hal ini dikarenakan perhitungan matrik fleksibilitas kebanyakan dipengaruhi oleh mode pada frekuensi rendah dari struktur balok. Dikarenakan masih terjadi ketidakakuratan indentifikasi kerusakan untuk lebih dari 3 elemen yang mengalami kerusakan, metode ini menjadi tidak praktis untuk diaplikasikan.

# **KESIMPULAN**

# Kesimpulan

- Berdasarkan analisis getaran bebas yang menghasilkan frekuensi alami dan mode shapes, tidak dapat mengindentifikasikan lokasi kerusakan pada struktur balok. Namun yang dapat diambil kesimpulan bahwa terjadinya penurunan nilai frekuensi alami dan mode shapes pada struktur yang mengalami kerusakan dibandingkan dengan struktur awal. Semakin besar taraf dan jumlah kerusakan yang diasumsikan terdapat pada struktur balok, maka semakin besar pula terjadi penurunan nilainya.
- 2. Metode parameter eigen dan perbedaan relatif hanya mampu mengindentifikasikan maksimal dua lokasi kerusakan untuk balok (a) dengan tumpuan sederhana, sedangkan untuk balok (b) dengan tumpuan jepit-jepit metode ini hanya mampu mengindentifikasikan untuk satu lokasi kerusakan. Untuk kasus kerusakan lebih dari satu pada balok (b) metode ini tidak mampu mengindentifikasikan lokasi kerusakan dengan jelas.
- 3. Metode fleksibilitas sangat baik dalam mengindentifikasi lokasi kerusakan tunggal. Khusus untuk balok (a) metode ini mampu mengindentifikasikan kerusakan sampai dua lokasi kerusakan sesuai dengan skenario kerusakan. Besarnya nilai absolut maksimum pada lokasi kerusakan tidak mencerminkan taraf kerusakan, hal ini dapat dilihat pada gambar untuk skenario kerusakan DC1 dan DC2 pada balok (a), meskipun taraf kerusakan pada elemen 4 dan 8 adalah sama, tetapi nilai absolut maksimum keduanya berbeda. Untuk balok (b) metode ini hanya mampu mengindentifikasikan lokasi kerusakan tunggal.

Dikarenakan metode parameter eigen, perbedaan relatif fleksibilitas tidak mampu mengindentifikasikan lokasi kerusakan lebih dari dua lokasi untuk balok (a) dan satu lokasi untuk balok (b), maka dapat dikatakan metode ini kurang efektif dalam mengindentifikasikan kerusakan lebih banyak. Untuk penelitian selanjutnya dilakukan kajian terhadap metode indentifikasi lainnya seperti metode berdasarkan perubahan *curvature mode shapes* dan

metode FRF. Diperlukan juga kajian eksperimental untuk perbandingan dengan metode ini. Analisis dengan metode ini dapat dilakukan untuk identifikasi kerusakan pada struktur lainnya seperti struktur rangka, pelat, cangkang dan portal.

# DAFTAR PUSTAKA

- Dong C., Zhang, P., Feng, W. and Huang,T. (1994), The sensitivity study of the modal parameters of a cracked beam, *Proc. of the 12<sup>th</sup> International Conference on Modal Analysis*, Honolulu, Hawaii 98-104.
- Kim, J., Ryu, Y., Cho, H. and Stubbs, N. (2003), Damage identification in beam type structures: frequency-based method vs. mode-shape-based method, *Journal of Engineering Structures*, 25(1): 57-67.
- Salawu, O.S. and Williams, C. (1993), Structural damage detection using experimental modal analysis, *Proc. of the 11<sup>th</sup> International Conference on Modal Analysis*, Kissimmee, Florida, 254-260.
- Sanchez, J.C.H (2004), *Evaluation of structural damage identifications method based on dynamic characteristics*, Civil Engineering, University of Peurto Rico.
- Yuen, M.,(1985), A numerical study of the Eigen parameters of a damaged cantilever, *Journal* of Sound and Vibration, 103(3): 301-310.
- Pandey, A.K. and Biswas, M., (1994), Damage detection in structures using changes in flexibility, *Journal of Sound and Vibration*, 169(1): 3-17.
- Ren,Wei-Xin. and Guido De Roeck. (2002), Stuctural damage identification using modal data I: simulation verification, *Jurnal of Structural Engineering*, January 2002.
- Ren,Wei-Xin. and Guido De Roeck. (2002), Stuctural damage identification using modal data II: simulation verification, *Jurnal of Structural Engineering*, January 2002.